EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….022**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *Oxy*, se consideră punctele $A(3,4)$, $B(7,-4)$, $C(-1,2)$.

(4p) **a)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $z=-1-3i$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AC]$.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiul *ABC* este dreptunghic.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

(2p) **e)** Să se determine $m,n\in\mathbf{R}$ astfel încât $x+my+n=0$ să reprezinte ecuația dreptei *BC*.

(2p) **f)** Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $25^{2x+1}-5^{2007}=0$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma $7+17+27+\ldots+97$.

(3p) **c)** Să se determine probabilitatea ca alegând un element n din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$ acesta să verifice inegalitatea $4n^2\geq 4n+3$.

(3p) **d)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-2$. Să se calculeze $(f\circ f)(1)$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x\mathrm{A}_5^3\leq 300$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+2007}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f^2(x)dx$.

(3p) **d)** Să se determine punctul de extrem local al funcției f.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^{2007}f(0)}{f(0)+n^{2007}}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -4 & 3\end{pmatrix}, I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi mulțimea

$G=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ -b & a\end{pmatrix} \middle| \, a,b\in \mathbf{Z}\right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_2\in G$ şi $M\in G$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A,B\in G$, atunci $AB\in G$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\det(M)$.

(2p) **d)** Să se arate că $\det(A)\cdot\det(B)=\det(A\cdot B)$ pentru orice $A,B\in G$.

(2p) **e)** Să se rezolve în G ecuația matriceală $X^2=M$.

(2p) **f)** Să se arate că există $A\in G$ astfel încât $\det A=25^7$.

(2p) **g)** Să se arate că $\det(A)\neq 7$, $\forall A\in G$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+e^x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(2p) **f)** Să se arate că $f(x)\geq 2x+1$, $\forall x\in[0,1]$.

(2p) **g)** Să se arate că $\int_0^1 \dfrac{1}{x+e^x}dx\leq \ln\sqrt{3}$.